
Software for estimating the parameters of the ore breakage function

Software para estimação da Função Quebra de Minérios

Received: 01-07-2024 | Accepted: 28-07-2024 | Published: 01-08-2024

Vladmir Kronemberger Alges

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7320-3384>
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Brasil
E-mail: vladmir.alves@ufop.edu.br

Fernando Barros Puperi

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-8150-375X>
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Brasil
E-mail: fernando.puperi@aluno.ufop.edu.br

ABSTRACT

Throughout the years, the comminution team at the Federal University of Ouro Preto (UFOP) has been developing tools with the aim of making life easier for process engineers working in the area of size reduction. This work presents a software for estimating the parameters of the ore breakage function (Austin & Luckie, 1971) (Austin et al, 1984).

Keywords: Simulation; Breakage Function; Mill; Crusher

RESUMO

Ao longo dos anos a equipe de cominuição da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), vem desenvolvendo ferramentas com o objetivo de facilitar a vida dos engenheiros de processo que atuam na área de redução de tamanho de partículas. Este trabalho apresenta um software para estimação dos parâmetros da função quebra de minérios (Austin & Luckie, 1971) (Austin et al, 1984).

Palavras-chave: Simulação, Função Quebra, Moinho, Britador

INTRODUÇÃO

A etapa cominuição é geralmente a maior consumidora de energia em uma usina de beneficiamento mineral, pequenas porcentagens de redução de consumo energéticos em processos de fragmentação geram grandes ganhos econômicos para os empreendimentos minerais.

A equipe de cominuição da UFOP vem trabalhando em ferramentas que visam auxiliar o engenheiro de processos, que atua na de redução de granulometria, na simulação e otimização de usinas existentes e no dimensionamento de novos circuitos com a maior exatidão e precisão possível.

Atualmente existem vários softwares comerciais que auxiliam o engenheiro na simulação de processos industriais, podemos citar o ModSim, Usim Pac, Moly Cop Tool e JKSimMet com exemplos (D. B, Mazzinghy et al., 2013) (D.B. Mazzinghy et al., 2012) (Schneider et al., 2008) (Schneider & Alves, 2007) (Delboni & Morrell, 1996).

Por outro lado, existem poucas ferramentas para estimação de parâmetros de quebra em escala de laboratório. Este artigo visa apresentar o software VKA Austin BII, que tem como objetivo suprir esta lacuna e auxilia o engenheiro na estimação da função quebra de minérios em escala de laboratório. Posteriormente este parâmetro pode ser utilizado em alguns dos softwares citados anteriormente visando a simulação de equipamentos em escala contínua.

REVISÃO DA LITERATURA

FUNÇÃO QUEBRA

A metodologia para estimatimação da função quebra foi desenvolvido por Austin e Luckie na década de 70 (Austin & Luckie, 1971) (Austin et al., 1984), onde foram desenvolvidos três métodos para estimativa desta função em escala de laboratório, realizando ensaios com tempos curtos de moagem e utilizando faixa de tamanhos estreitas ($\sqrt{2}$ entre malhas), conhecidos como BI, BII e BIII, neste trabalho será utilizado o método BII que é representado pelas equações 1 e 2:

$$x = \begin{cases} x = 1, \text{ para } d_i = d_j \\ x = \frac{d_i}{d_j}, \text{ para } d_i < d_j \end{cases} \quad (1)$$

$$y = \frac{\log \left[\frac{(1-p_i(0))}{(1-p_i(t))} \right]}{\log \left[\frac{(1-p_j(0))}{(1-p_j(t))} \right]} \quad (2)$$

Sendo que $p_i(0)$ é a fração passante na fração i antes do ensaios de fragmentação e $p_i(t)$ após e $p_j(0)$ representa a imperfeição da preparação da amostra, sendo a fração passante no faixa estreita de tamanho preparada e $p_j(t)$ após a cominuição e d_i é o tamanho de partícula que representa a fração analisada e d_j a malha inferior da faixa de tamanho a ser ensaiada (Austin et al, 1984) (Moraes et al., 2019).

Austin definiu uma equação funcional para representar a função quebra estimada em laboratório, a mesma é apresentada pela equação 3 (Klimpel & Austin, 1970) (Austin et al, 1984).

$$B_{ij} = \theta \left(\frac{d_{i-1}}{d_j} \right)^\gamma - (1 - \theta) \left(\frac{d_{i-1}}{d_j} \right)^\beta \quad (3)$$

Os parâmetros θ, γ, β são característicos de cada mineral e independem das condições de moagem (Moraes et al., 2019).

O Software desenvolvido neste trabalho utiliza uma rotina de busca para encontrar os parâmetros θ, γ, β de um determinado mineral que se ajustem aos dados experimentais levantados utilizando-se o método BII, descrito pelas equações 1 e 2.

MÉTODO DA SEÇÃO ÁUREA

A rotina de busca utilizada neste estudo é o método da seção Áurea (Press et al., 2007) (Soares, 1991).

O método da seção Áurea visa a minimização de uma função de uma variável sem utilização da derivada. A metodologia pode ser facilmente expandida para a minimização de uma função de n variáveis em uma direção do espaço n -dimensional. Portanto, o método se enquadra entre os métodos de busca unidirecional.

Para aplicação do método é necessário o conhecimento de um intervalo inicial que contenha o mínimo e tenha a garantia de que a função seja unimodal neste intervalo.

A cada iteração, o método aproxima os limites inferior e superior do intervalo que contém o mínimo a partir da comparação do valor da função em dois pontos intermediários.

Definindo-se os limites inferior e superior do intervalo que no início da interação k contém o mínimo por $x_i^{(k)}$ e $x_s^{(k)}$, respectivamente.

Os passos destas iterações podem ser resumidos como apresentado abaixo:

- a) Faz $\Delta^{(k)} = x_s^{(k)} - x_i^{(k)}$
- b) Calcula $y_i^{(k)} = x_i^{(k)} + F_1 \times \Delta^{(k)}$; $F(y_i^{(k)})$
- c) Calcula $y_s^{(k)} = x_i^{(k)} + F_2 \times \Delta^{(k)}$; $F(y_s^{(k)})$
- d) Se $F(y_i^{(k)}) \leq F(y_s^{(k)})$:

(eliminação do limite superior)

$$\text{Faz } x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)}$$

$$\text{Faz } x_s^{(k+1)} = y_s^{(k)}$$

- e) Se não

(eliminação do limite inferior)

$$\text{Faz } x_i^{(k+1)} = y_i^{(k)}$$

$$\text{Faz } x_s^{(k+1)} = x_s^{(k)}$$

Onde os fatores F_1 e F_2 são dados por:

$$F_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \tag{4}$$

$$F_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \tag{5}$$

O uso destes fatores para a divisão do intervalo de interesse em uma dada interação (proporção Áurea) permite a utilização de resultados obtidos na interação anterior. Assim, se na interação $k-1$ foi eliminado o limite inferior do intervalo corrente, verifica-se que na interação k o ponto $y_i^{(k)}$ corresponderá ao ponto $y_s^{(k-1)}$. Se por outro lado, se o limite eliminado for o superior, a correspondência se dará entre $y_s^{(k)}$ e $y_i^{(k-1)}$.

A utilização da proporção Áurea permite que, a cada iteração, seja apenas necessário calcular um dos pontos intermediários, eliminando assim o passo b ou c.

Nos casos em que a função a ser minimizada apresente uma forma analítica muito complexa, como ocorre no retro cálculo, esta propriedade pode ser de grande importância em termos da velocidade de convergência do método.

Para a extensão da metodologia ao espaço n-dimensional utiliza-se a expressão que fornece as coordenadas do ponto B situado a uma distância p de um ponto A:

$$B = A + p \times d \quad (6)$$

Onde d é o vetor unitário da direção de procura.

O método da seção Áurea foi implementado no Software VKA Austin BII.

CONDIÇÕES OPERACIONAIS DE MOINHOS DE BOLAS DE LABORATÓRIO

Define-se como velocidade crítica do moinho a velocidade de rotação na qual as bolas começam a centrifugar nas paredes do moinho. Fazendo-se um balanço entre força da gravidade e força centrífuga sobre uma bola na parede do moinho, a velocidade crítica é determinada por:

$$V_c = \frac{76,6}{\sqrt{D-d}} \text{ [RPM]}; D \text{ e } d \text{ em pés} \quad (7)$$

$$V_c = \frac{42,2}{\sqrt{D-d}} \text{ [RPM]}; D \text{ e } d \text{ em metros} \quad (8)$$

Onde V_c é velocidade crítica em RPM, D é o diâmetro interno do moinho e d é o diâmetro máximo das bolas. É racional esperar que o movimento da carga no interior do moinho dependa da velocidade de operação, dessa maneira a velocidade de rotação é normalmente definida como uma fração da velocidade crítica.

A ação do movimento da carga depende do enchimento do moinho, que é determinado pela expressão descrita pela equação 9.

$$J(\%) = 113 - 126 \frac{H_c}{D_m} \quad (9)$$

Onde H_c é a distância entre o topo da carga de corpos moedores em repouso até o topo da carcaça interna do moinho (considerando o revestimento) em metros; D_m é o

diâmetro interno do cilindro em metros e J é o volume percentual ocupado pela carga moedora.

No caso de moinhos de bolas, para converter o volume de carga em massa total de bolas, ou vice-versa, é necessário conhecer a densidade aparente da carga de bolas. A porosidade da carga varia ligeiramente com a mistura de tamanhos de bolas. Para facilitar os cálculos, define-se uma porosidade nominal constante. Diferentes indústrias usam valores com uma pequena diferença para a porosidade. Por definição, será usado um valor de 0,4 para a porosidade nominal da carga de bolas (Austin et al, 1984), (Soares, 1991).

$$J = \frac{\text{massa total de bolas} / \text{densidade aparente do leito de bolas}}{\text{volume do moinho}} \quad (10)$$

Ou

$$J = \frac{\text{massa total de bolas} / \text{densidade aparente do leito de bolas}}{\text{volume do moinho}} \cdot \frac{1}{1 - \text{porosidade do leito de bolas}} \quad (11)$$

Ou

$$J = \frac{\text{massa total de bolas} / \text{densidade aparente do leito de bolas}}{\text{volume do moinho}} \cdot \frac{1}{0,6} \quad (11)$$

Similarmente, a carga de partículas é expressa como uma fração do volume do moinho:

$$U = \frac{f_c}{0,4J} \quad (12)$$

MATERIAIS E MÉTODOS

Para validação do software foi utilizada uma amostra de carvão proveniente da África, as condições de operação do ensaio de bancada são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Condições operacionais do moinho de laboratório

Parâmetro	Valor
Diâmetro (cm)	25,4
Comprimento (cm)	25,4
% Velocidade Crítica	70
Diâmetro das Bolas (polegadas)	1
J (%)	20
U	0,5
Densidade do minério (t/m ³)	1,58
% sólidos	100
Tempo de moagem (segundos)	30

O moinho de teste utilizado tem diâmetro e comprimento internos iguais de 25,4 cm e revestido com 8 aletas igualmente espaçadas. As bolas empregadas foram de 25,4 mm de diâmetro.

A amostra foi preparada em uma faixa estreita de tamanho entre as malhas 209 μm e 148 μm , antes de se iniciar a moagem foi coletada uma amostra para análise granulométrica a úmido, após o tempo de moagem de 30 segundos, a amostra foi retirada do moinho e foi coletada uma alíquota para análise granulométrica, também a úmido. É importante para uma boa qualidade dos resultados que o monotamanho ($\sqrt{2}$ entre malhas) preparado tenha no máximo 5% fora da faixa entre malhas.

Após as análises granulométricas os dados de granulometria foram introduzidos no software VKA Austin BII e foram calculados os parâmetros da equação 3, logo após foram plotadas as curvas da função quebra obtida utilizando a equação 3 e estimada pelo método BII usando as equações 1 e 2.

RESULTADO E DISCUSSÃO

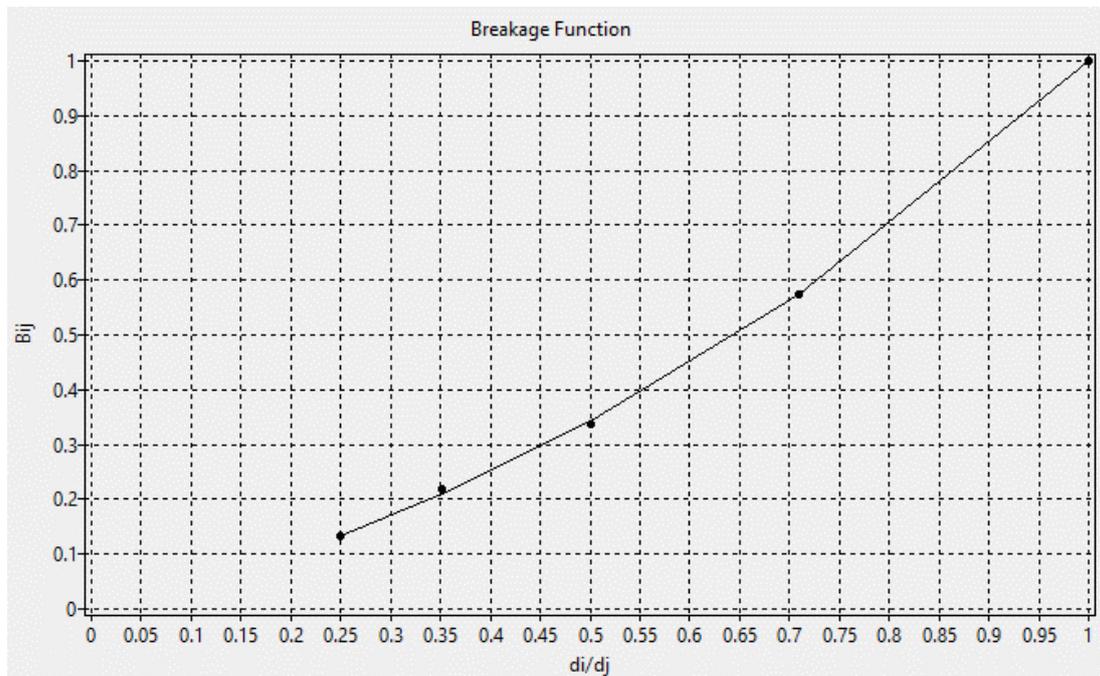
As granulométricas da alimentação e produtos do ensaio de moagem serviram de entrada para o software VKA BII Austin, este software apresenta uma interface bem amigável, a figura 1 ilustra a interface para entrada dos dados.

Para este minério, após 8352 interações os valores de \emptyset , β e γ encontrados foram respectivamente 0,747; 3,057 e 1,260, o valor da função objetivo encontrado foi de 0,06. A mesma é calculada pela Equação 15.

$$FO = \sum \sqrt{\left(\frac{B_{ij} \text{ calculado} - B_{ij} \text{ experimental}}{B_{ij} \text{ experimental}}\right)^2} \quad (15)$$

O gráfico apresentado na Figura 3, mostra os valores da função quebra estimados em laboratório pelo método BII de Austin e calculados utilizando a equação 3, utilizando-se os parâmetros \emptyset , β e γ , estimados pelo software VKA BII Austin.

Figura 3: Valores da função quebra estimados em laboratório – Método BII de Austin (pontos) e calculados pela equação 3 (linha)



Observando-se a figura 3 é possível verificar que os dados calculados pelo software (linha) e os levantados em laboratório (pontos) se ajustaram muito bem, indicando que o procedimento descrito acima se mostrou adequando para estimativa de parâmetros da função quebra em escala de laboratório com auxílio do software VKA Austin BII.

CONCLUSÕES

O método da seção Áurea se mostrou adequando para estimação dos parâmetros da função quebra de minérios e o software VKA BII Austin pode ser considerando bem simples de ser utilizado e se mostra uma excelente ferramenta para apoio aos engenheiros de processo de cominuição estimarem a função quebra em escala de laboratório, utilizando pequenas quantidades de amostra e de maneira rápida e simples.

Os valores de \emptyset , β e γ podem posteriormente ser utilizados em softwares de simulação de circuitos industriais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à UFOP.

REFERÊNCIAS

Austin, L. G., & Luckie, P. T. (1971). Methods for Determination of Breakage Distribution Parameters. *Powder Technology*, 215–222.

Austin, L. G., Klimpel, R. R., Luckie, P.T. (1984). *Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling*. SME.

Delboni, H. J., & Morrell, S. (1996). The Modelling of Autogenous and Semi-Autogenous Mills. *SAG Conference*, 6(2), 713–729.

Klimpel, R. R., & Austin, L. G. (1970). Determination of Selection-for-Breakage Functions in the Batch Grinding Equation by Nonlinear Optimization. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, 9(2), 230–237. <https://doi.org/10.1021/i160034a007>

Mazzinghy, D.B., Alves, V. K., Schneider, C. L., Galéry, R., C., P. M., P.M., F., & Alvarenga, T. (2012). Predicting the size distribution in the product and the power requirements of a pilot scale Vertimill. *Procemin2012*, 1–8.

Mazzinghy, Douglas Batista, Rosa, M. A. N., Mendonça, A. M., Machado, L. C. de R., Oliveira, G. O. D. de, Souza, M. G. de, & Alves, V. K. (2013). Aplicação De Método Simplificado De Determinação De W_i Na Previsão De Desempenho Dos

Moinhos De Bolas Da Usina Do Sossego. *Tecnologia Em Metalurgia Materiais e Mineração*, 10(4), 318–323. <https://doi.org/10.4322/tmm.2013.051>

Moraes, M. N., Bonadia, P., Mazzinghy, D. B., & Schneider, C. L. (2019). Estimativa da função quebra primária para minério de magnesita.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (2007). *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing* (C. University (ed.); Third Edit).

Schneider, C. L., & Alves, V. K. (2007). Implementação De Um Modelo Para Simulação e Escalonamento De Prensas.

Schneider, C. L., Marques, M., & Alves, V. K. (2008). A scale up model for HPGR hard rock grinding. *ANNALS - 3rd International Meeting on Ironmaking and 2nd International Symposium on Iron Ore*, 365–374.

Soares, O. N. (1991). Simulação da Operação de Moagem por Bolas Baseada no Balanço Massa - Tamanho (p. 178). I.: Universidade Federal de Minas Gerais.